

延迟相乘宽带 LFM 信号阵列测向方法

黄知涛, 刘章孟, 周一宇

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 为了充分利用宽带线性调频(LFM)信号的时域信息, 实现对此类信号的阵列快速高精度测向, 结合线性调频信号调制样式的特殊性, 提出了一种基于阵列接收数据时域延迟相乘的宽带线性调频信号阵列测向新方法. 该方法利用窄带阵列测向方法实现了对宽带线性调频信号的快速测向, 其计算效率和对阵元间距的适应范围均优于常规的宽带聚焦类测向方法. 仿真结果表明新方法在处理线性调频信号时具有比常规的宽带 CSM 方法更优的性能.

关键词: 阵列信号处理; 测向; 线性调频; 时延相乘

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2009)07-1606-08

A New Direction of Arrival Estimation Method for Wideband LFM Sources Based on Temporal Delay and Product

HUANG Zhi-tao, LIU Zhang-meng, ZHOU Yi-yu

(Department of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: In order to fasten and improve the bearing estimation method for wideband Linear Frequency Modulated(LFM) sources by exploiting the temporal information of this kind of signals, a new direction finding method based on the product of the array output with its temporally delayed version is proposed. The new method succeeded to estimate the direction of arrival(DOA) of the incident wideband LFM signals via narrowband subspace based method, and exceeded normal wideband direction finding methods in computational efficiency and applicable inter element spacing. Sufficient numerical examples are carried out to demonstrate the dominance of the novel method over normal wideband Coherent Signal Subspace Method(CSM) in performance.

Key words: array signal processing; bearing finding; linear frequency modulation; delay and product

1 引言

MUSIC^[1]、ESPRIT^[2]等高分辨子空间方法的提出突破了瑞利限的局限, 较好地解决了窄带信号的阵列测向问题. 但随着现代电子技术的发展, 各种通信和雷达系统中所使用信号的形式日趋多样化, 并逐渐向着大带宽和复杂调制样式的方向发展, 这一趋势极大地限制了各种子空间方法的适应能力. 以各种宽带信号为例, 随着带宽的增大, MUSIC 等窄带测向方法的角度估计性能会明显恶化^[3].

为了解决宽带信号的阵列测向问题, 先后有人提出了多种频域聚焦方法, 如 CSM^[4]、TCT^[5]等, 这类方法没有考虑各种宽带信号的时域特征, 而只利用其频域信息. 通过聚焦变换将各个频率点下的阵列接收数据会聚到选定的参考频率点处, 然后用已有的窄带测向方法在该参考频率点处实现对空间宽带辐射源的角度估计. 大量仿真实验表明, 此类方法通常情况下具有较好的测向性能, 但需要利用信号波达方向的先验信息, 且其频域

聚焦过程会耗费巨大的计算量, 严重影响了此类方法的实时实现.

考虑到各种信号的时域波形中通常都携带有丰富的、区别于其他形式信号的信息^[6, 11], 因此又有人基于这类信息提出了对各种常规阵列测向方法的改进算法, 如利用信号非圆特性的 NC-MUSIC(NC: Non-Circular)类方法^[7-10]和利用信号循环平稳特性的 SC-MUSIC(SC: Spectral Correlation)类方法^[12-16]等. 这类改进算法通过综合利用信号的时域和频域信息, 在一定程度上改善了已有测向方法的性能, 但也都存在某些缺陷. NC-MUSIC类方法一般适用于窄带信号, 且在处理过程中将采样数据维数扩展了 1 倍, 降低了计算效率; SC-MUSIC类方法不受信号带宽的约束, 但为了利用信号的循环平稳特征, 对观测数据量提出了更高的要求等.

本文针对各类通信设备和电子侦察设备中常用的线性调频(LFM)信号, 利用其时域采样数据之间相位关系的特殊性, 提出了一种基于时域延迟相乘的宽带 LFM 信号窄带阵列测向方法. 该方法首先通过将阵列各阵元

的输出数据与其自身的时间延迟信号做时域相乘, 得到了一组具有确定性相位关系的类似窄带信号的阵列输出数据, 然后基于处理过的观测数据, 并结合窄带测向方法就可以实现对 LFM 信号的角度估计。

2 问题描述

假设有 P 个相互独立的宽带信号入射到由 M 个增益为 1 的全向阵元所组成的阵列上, 阵列噪声是与信号相互独立的宽带加性高斯噪声。

第 l 个阵元在 t 时刻的接收数据为:

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^P s_i(t - \tau_{li}) + n_l(t), \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中 τ_{li} 表示第 i 个信号到达第 l 个阵元相对于选定参考点的时间延迟, $s_i(t)$ 为第 i 个入射信号的时域波形, $n_l(t)$ 为第 l 个阵元在 t 时刻的加性噪声。

则在 t 时刻阵列的输出为:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^P s_k(t - \tau_{k1}) \\ \sum_{k=1}^P s_k(t - \tau_{k2}) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^P s_k(t - \tau_{kM}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(1)、(2)所给出的阵列观测数据时间延迟模型同时适用于窄带信号和宽带信号。对窄带信号, 时间延迟可以表示成相应的相位延迟形式

$$X(t) = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^P s_k(t) \exp\{-j2\pi f_0 \tau_{k1}\} \\ \sum_{k=1}^P s_k(t) \exp\{-j2\pi f_0 \tau_{k2}\} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^P s_k(t) \exp\{-j2\pi f_0 \tau_{kM}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 f_0 为窄带信号的载频。

而对于包含 LFM 信号在内的各种宽带信号, 由于其在频谱上的覆盖范围具有一定宽度, 所以时间延迟无法简单地表示成单个频率点处的相位延迟形式, 而必须同时考虑其带宽内各个频率点上的相位延迟信息。一般的宽带阵列信号可以通过频率分集得到, 首先对阵列输出作 FFT 变换, 得到第 i 个阵元在频点 ω_n 处的阵列输出为

$$x_i(\omega_n) = \sum_{k=1}^P s_k(\omega_n) e^{-j\omega_n \tau_{ki}} + n_i(\omega_n) \quad (4)$$

其中 $s_k(\omega_n)$ 为第 k 个信号在频率 ω_n 处的功率。

整个阵列在该频率点处的输出为

$$X(\omega_n) = A(\omega_n) S(\omega_n) + N(\omega_n) \quad (5)$$

其中 ω_n 是信号带宽内的各个分集频率点, 即 $\omega_l < \omega_n < \omega_H$, ω_l , ω_H 分别是宽带信号的最低频率和最高频率; 矩阵 A 表示各入射信号在阵列上的阵列流形; S 表示入射信号矢量; N 表示阵列观测噪声矢量。

为了实现对宽带信号的测向, 必须首先把各个频率点处的阵列输出数据聚焦到参考频率点处, 然后用窄带测向方法实现对信号源的角度估计。以宽带 CSM 方法为例, 其各频率点出的聚焦矩阵具有如下形式^[4]

$$T_f = A_0 [A_f^H A_f]^{-1} A_f^H \quad (6)$$

其中下标 $[\cdot]_0$, $[\cdot]_j$ 分别表示相应的物理量在频率点 ω_0 , ω_j 处取值, ω_0 为参考频率。

经过聚焦变换后得到具有单一阵列流形的数据协方差矩阵

$$\begin{aligned} R_f &= \sum_{j=1}^L T_f A_j R A_j^H T_f^H + \sigma^2 \sum_{j=1}^L T_f T_f^H \\ &= A_0 \sum_{j=1}^L R A_j A_0^H + \sigma^2 A_0 \sum_{j=1}^L [A_j^H A_j]^{-1} A_0^H \\ &= A_0 R_{ss} A_0^H + \sigma^2 A_0 \sum_{j=1}^L [A_j^H A_j]^{-1} A_0^H \end{aligned} \quad (7)$$

其中 J 表示信号带宽内的频率分集点数, σ^2 表示加性噪声功率。

最后, 基于式(7)给出的观测数据矩阵并结合已有的窄带测向方法, 就能实现对包括 LFM 信号在内的常规宽带信号的角度估计。

然而, 为了得到式(7)所示的具有窄带形式的阵列观测数据, 必需首先对阵列输出进行频谱分解以获得各个频率点处的阵列输出, 并进一步利用基于角度先验信息的聚焦矩阵实现阵列流形在频域上的对齐, 同时, 角度先验信息通常要利用波束形成等方法进行预估得到。实现过程的复杂性决定了常规的宽带聚焦方法在对包括 LFM 信号在内的宽带信号进行测向时很难具有较高的计算效率, 测向的实时性也就无法保证。对各种雷达系统和通信系统中常用的 LFM 信号, 能否利用其频率调制方式的特殊性实现对信号发生系统的快速高精度测向也就成为了一个亟待解决的问题。

3 基于时域延迟相乘的宽带 LFM 信号阵列测向方法原理

前面列举的宽带信号模型和处理方法适用于各种形式的宽带信号, 包括幅度调制信号、相位编码信号和频率调制信号等。该方法存在一个固有的缺陷, 即频率聚焦过程需耗费大量的计算量, 不利于该算法的实时实现。本文提出一种针对 LFM 信号的新的阵列测向方法, 该方法充分利用线性调频信号频率调制样式的特殊性, 通过时域延迟相乘预处理将 LFM 信号的阵列输

出数据转化为与窄带阵列模型具有相同结构的相位延迟形式,通过一维空域搜索即可实现对 LFM 信号的测向,极大地提高了计算效率.

3.1 单个信号源的情况

以下以均匀线阵为例介绍新方法的测向原理,其他形式的阵列可以通过直接推广得到,这里不再赘述.

设 LFM 信号初始调制频率为 f_0 , 调制斜率为 ρ (Hz/s), 信号幅度为常量 (为简化分析, 设为 1), 初相为 φ_0 . 则第 i 个阵元在 t 时刻的瞬时相位

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \varphi_0 + 2\pi \int_0^t [f_0 + \rho(i-1)\tau + \rho u] du \\ &= \varphi_0 + 2\pi \left\{ [f_0 + \rho(i-1)\tau]t + \frac{1}{2}\rho^2 t^2 \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

t 时刻该阵元的输出

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \exp\{j\varphi_0\} \exp\{j2\pi[f_0 + \rho(i-1)\tau]t + j\pi\rho^2 t^2\} + n_i(t) \\ &= s_i(t) + n_i(t) \end{aligned} \quad (9)$$

在信号的一个调制周期内, 该阵元输出与自身经时间 T 的延迟后所得信号的乘积为

$$\begin{aligned} x_i(t)x_i^*(t+T) &= s_i(t)s_i^*(t+T) + s_i(t)n_i^*(t+T) \\ &\quad + n_i(t)s_i^*(t+T) + n_i(t)n_i^*(t+T) \\ &= \exp\{-j2\pi f_0 T - j\pi\rho^2 T^2\} \exp\{-j2\pi\rho T(i-1)\tau\} \\ &\quad \cdot \exp\{-j2\pi\rho T t + s_i(t)n_i^*(t+T) + n_i(t)s_i^*(t+T) \\ &\quad + n_i(t)n_i^*(t+T)\} \end{aligned} \quad (10)$$

对整个阵列输出做同样的相乘运算, 得到

$$\begin{aligned} X(t) \odot X^*(t+T) &= \exp\{-j2\pi f_0 T - j\pi\rho^2 T^2\} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\{-j2\pi\rho T\tau\} \\ \vdots \\ \exp\{-j2\pi\rho T(M-1)\tau\} \end{bmatrix} \exp\{-j2\pi\rho T t\} \\ &\quad + S(t) \odot N^*(t+T) + N(t) \odot S^*(t+T) \\ &\quad + N(t) \odot N^*(t+T) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 \odot 表示同维向量或矩阵之间的 Hadamard 积, $(\cdot)^*$ 表示取共轭运算

$$S(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T \quad (12)$$

记

$$Y(t) = X(t) \odot X^*(t+T) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} W(t) &= \exp\{-j2\pi f_0 T - j\pi\rho^2 T^2\} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\{-j2\pi\rho T\tau\} \\ \vdots \\ \exp\{-j2\pi\rho T(M-1)\tau\} \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \exp\{-j2\pi\rho T t\} \\ V(t) &= S(t) \odot N^*(t+T) + N(t) \odot S^*(t+T) \\ &\quad + N(t) \odot N^*(t+T) \end{aligned} \quad (15)$$

则

$$R_Y = E\{Y(t)Y^H(t)\}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\{-j2\pi\rho T\tau\} \\ \vdots \\ \exp\{-j2\pi\rho T(M-1)\tau\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\{-j2\pi\rho T\tau\} \\ \vdots \\ \exp\{-j2\pi\rho T(M-1)\tau\} \end{bmatrix}^H \\ &+ E\{W(t)W^H(t)\} + E\{V(t)W^H(t)\} + E\{V(t)V^H(t)\} \end{aligned}$$

由噪声与信号的独立性以及噪声的零均值特性可知

$$E\{W(t)W^H(t)\} = 0 \quad (17)$$

$$E\{V(t)W^H(t)\} = 0 \quad (18)$$

另外, 可以证明

$$E\{V(t)V^H(t)\} = \sigma^2(2 + \sigma^2)I \quad (19)$$

其中, σ^2 表示加性噪声的功率.

证明: 见附录.

$$\text{记 } B(\rho, \tau) = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\{-j2\pi\rho T\tau\} \\ \vdots \\ \exp\{-j2\pi\rho T(M-1)\tau\} \end{bmatrix} \quad (20)$$

则

$$R_Y = E\{Y(t)Y^H(t)\} = B(\rho, \tau)B^H(\rho, \tau) + \sigma^2(2 + \sigma^2)I \quad (21)$$

可见 R_Y 的最大特征值对应的特征向量平行于 $B(\rho, \tau)$. 因此, 可以通过类似于 MUSIC 一维角度搜索的方法实现 LFM 信号源测向. 不同之处在于, 参考频率由常用的信号中心频率变为 ρ .

为了保证对二维平面内各个方向到达波束的无模糊测向, 导向矢量 $B(\rho, \tau)$ 中相邻阵元之间的相位延迟需满足

$$|2\pi\rho T\tau| < \pi \quad (22)$$

而

$$\tau = \frac{D \sin \theta}{c} = \frac{D \sin \theta}{f_c \lambda} \quad (23)$$

$$\rho = \frac{BW}{(N/N_p)T_s} \quad (24)$$

其中 D 为相邻阵元间距, θ 为信号波达方向与阵列法线的夹角, c 为电磁波传播速度, f_c 为 LFM 信号的中心频率, λ 为中心频率对应的信号波长, BW 为 LFM 信号的调制带宽, N 为时域采样点数, N_p 为该采样时间内频率调制的周期数, T_s 为采样间隔.

因此

$$\left| \frac{BW}{(N/N_p)T_s} \frac{D \sin \theta}{f_c \lambda} T \right| < \frac{1}{2} \quad (25)$$

若取 $T = PT_s$, 则上式可化为

$$D < \frac{N/N_p}{(BW/f_c)P} \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{N_0}{b/fP} \frac{\lambda}{2} \quad (26)$$

其中 b 表示 LFM 信号的相对带宽, N_0 表示一个频率调制周期内的采样点数

取 $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$, 得到相邻阵元间距的最大允许值

$$D_{\max} = \frac{N_0}{b_f P} \frac{\lambda}{2} \quad (27)$$

通常情况下 $\frac{N_0}{P} \gg 1$, $b_f < 2$ 因此, 新方法实现无模糊

测向所适用阵列的阵元间距可以远大于常规的 $\frac{\lambda}{2}$, 这有助于增强确定分布方式下阵列对信号频谱覆盖范围的适应能力, 同时有助于减小阵元间的互耦效应, 改善阵列的测向性能

式(27)也显示: $P = T/T_s$ 越小, 信号频率对阵列孔径的约束越弱, 但在实际的测向过程中, 这一结论是不成立的. 其原因在于, 对确定的采样间隔 T_s , P 越小, T 也越小, $x_i(t)$ 与 $x_i(t+T)$ 之间的差别越细微, 因而受随机噪声的影响程度越大, $x_i(t)x_i^*(t+T)$ 的相位与频率调制斜率之间的确定性相位关系就更容易受到破坏. 而如果 T 值过大, 用于延迟相乘的样本数会较大程度减少, 不利于获取阵列输出的二阶统计结果. 因此, 为了得到参数 P 的最佳值, 必须综合考虑阵列孔径扩展能力的上限以及信号时域延迟相乘的效果.

3.2 多个信号源的情况

当空间存在 K 个同时入射的独立 LFM 信号时, t 时刻第 i 个阵元的输出

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t + (i-1)\tau_k) + n_i(t) \quad (28)$$

其中 τ_k 表示第 k 个信号到达阵列相邻阵元之间的时间延迟.

由信号之间以及信号与噪声之间的相互独立性可以得到各阵元输出的时域延迟乘积,

$$x_i(t)x_i^*(t+T) = \sum_{k=1}^K s_k(t + (i-1)\tau_k)s_k^*(t + (i-1)\tau_k + T) + W_i(t) \quad (29)$$

其中 $W_i(t)$ 表示信号与噪声之间的延迟乘积以及噪声自身的延迟乘积之和.

进而得到阵列输出的时域延迟乘积

$$X(t) \odot X^*(t+T) = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \exp\{-j2\pi\rho_1 T\tau_1\} & \dots & \exp\{-j2\pi\rho_K T\tau_K\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \exp\{-j2\pi\rho_1 T(M-1)\tau_1\} & \dots & \exp\{-j2\pi\rho_K T(M-1)\tau_K\} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \exp\{j\varphi_{01}\} \exp\{-j2\pi\rho_1 T_i\} \\ \exp\{j\varphi_{02}\} \exp\{-j2\pi\rho_2 T_i\} \\ \vdots \\ \exp\{j\varphi_{0K}\} \exp\{-j2\pi\rho_K T_i\} \end{bmatrix} + W(t) \quad (30)$$

其中 $\varphi_{0i} = -2\pi f_0 T - \pi Q_i T^2$ 是各阵元输出自身乘积的初始相位.

$$Y(t) = X(t) \odot X^*(t+T) \quad (31)$$

则通过类似于一个信号源时的讨论, 可以得到其协方差矩阵具有如下形式

$$R_Y = E\{Y(t)Y^H(t)\} = B(\rho, \tau) R_S B^H(\rho, \tau) + \mathbf{W} \quad (32)$$

其中 κ 是一个与信噪比有关的常数

$$B(\rho, \tau) = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \exp\{-j2\pi\rho_1 T\tau_1\} & \dots & \exp\{-j2\pi\rho_K T\tau_K\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \exp\{-j2\pi\rho_1 T(M-1)\tau_1\} & \dots & \exp\{-j2\pi\rho_K T(M-1)\tau_K\} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$R_S = E \left\{ \begin{bmatrix} \exp\{j\varphi_{01}\} \exp\{-j2\pi\rho_1 T_i\} \\ \exp\{j\varphi_{02}\} \exp\{-j2\pi\rho_2 T_i\} \\ \vdots \\ \exp\{j\varphi_{0K}\} \exp\{-j2\pi\rho_K T_i\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp\{j\varphi_{01}\} \exp\{-j2\pi\rho_1 T_i\} \\ \exp\{j\varphi_{02}\} \exp\{-j2\pi\rho_2 T_i\} \\ \vdots \\ \exp\{j\varphi_{0K}\} \exp\{-j2\pi\rho_K T_i\} \end{bmatrix}^H \right\} \quad (34)$$

从上式可以看出, 阵列输出的时域延迟相乘结果具有与窄带信号阵列输出相类似的形式. 所不同的是, 窄带 MUSIC 方法要想实现空间多个辐射源的一维测向, 需假设各信号源载频相等; 而新方法在对多个空间 LFM 信号进行角度估计时, 一般认为各信号源调制斜率相等. 如果能够利用多个信号波达方向的先验信息, 则新方法同样可以实现对调制斜率不相等的多个空间 LFM 信号的测向.

以两个信号情况为例, 假设各 LFM 信号的频率调制斜率分别为 ρ_1, ρ_2 , 如果测向过程中以 $\rho_1 T$ 为参考频率进行空域搜索, 由于

$$\exp\{-j2\pi\rho_2 T\tau_2\} = \exp\left\{-j2\pi\rho_1 T \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \tau_2\right)\right\} \quad (35)$$

$$\text{因此} \quad \hat{\tau}_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \tau_2 \quad (36)$$

$$\theta_2 = \text{asin}\left[\frac{\rho_1}{\rho_2} \sin\theta_1\right] \quad (37)$$

如果能够事先把两个真实角度的预估值与估计值进行配对, 则该方法能够直接估计出第一个信号源的波达方向, 对第二个信号源的角度估计值进行相应的校正之后同样可以得到其真实波达方向. 相应的修正公式为

$$\bar{\theta}_2 = \text{asin}\left[\frac{\rho_1}{\rho_2} \sin\theta_1\right] \quad (38)$$

4 仿真

为了验证新方法的测向性能, 以下分单个信号源和多个信号源两种情况设计两组实验进行蒙特卡罗仿真.

上一部分的分析中已经得出结论, 即新方法要想实现对

空间各个方向上到达信号的无模糊测向, 在阵元数相等的前提下, 所使用阵列的孔径可以远大于一般方法中所使用的阵列, 其相对关系由式(27)给出. 同时考虑到阵元间距的增大可以有效减弱阵元间的耦合作用, 因此, 以下关于新方法的仿真实验中, 为了得到最佳的测向性能, 在选定了合适的时延值之后, 阵列孔径均在原有基础上根据式(27)进行最大限度的扩展, 但并未考虑对互耦效应的影响. 此外, 以下仿真实验中均假设入射 LFM 信号的频率调制斜率已知, 这在各种合作式通信中通常是容易得到的.

4.1 一个信号源, 检验新方法的测向性能随信噪比和信号带宽的变化情况

为了验证新方法对单个宽带 LFM 信号的测向性能, 以下分两个实验分别在不同信噪比和信号带宽条件下设置信号环境进行蒙特卡罗仿真.

第一个实验检验新方法在不同信噪比条件下对单个宽带 LFM 信号的测向性能. 设 LFM 信号中心频率为 100Hz, 相对带宽(信号带宽与中心频率之比)为 80%, 采样时间内频率调制周期数 1, 从偏离法线 30° 方向入射; 阵列采样频率 200Hz, 采样时间 40.96 秒; 均匀线阵阵元数 8, CSM 方法中阵元间距取为中心频率对应波长的一半, 本文方法在此基础上进行相应扩展; CSM 方法中阵列输出数据在时域上分为 64 段; 阵列各阵元输出与其自身时域延迟相乘的延迟时间取为 5 秒; 信噪比在 0 到 15dB 之间变化. 算法性能统计结果由 300 次蒙特卡罗仿真得到.

由以上实验数据计算得到阵元间距的在原始阵列基础上的最大允许扩展倍数为

$$D_{\max} \left| \frac{\lambda}{2} = \frac{N_0}{bP} = \frac{1 \cdot 40.96}{0.8 \cdot 5} = 10.24 \right. \quad (39)$$

在实际实验中, 取该扩展倍数为 10, 得到新方法 with CSM 方法角度估计均方根误差(RMSE)对比情况随信噪比的变化如图 1 所示, 其中 CSM 方法的角度先验信息是通过波束图法进行角度预估得到的.

从图 1 可以看出, 即使不考虑阵列扩展对互耦效应

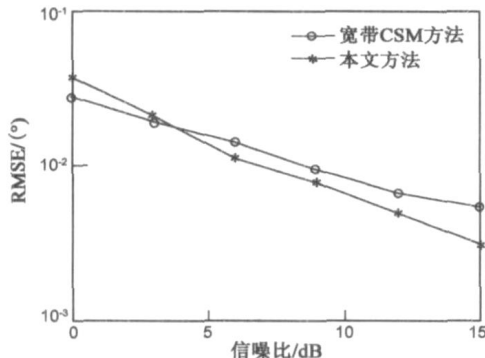


图1 新方法对信噪比的适应能力

的弱化作用, 在信噪比大于 3dB 时, 本文方法仍然具有比宽带 CSM 方法更小的角度估计误差. 图 2 给出了阵列孔径扩展之后宽带 CSM 方法与本文方法在信噪比为 10dB 时的空间谱图对比情况. 图 2 表明: 阵列孔径扩展有助于改善本文方法的测向性能, 但无法保证 CSM 方法的无模糊测向. 这一结果从实验角度证明了文中关于新方法对阵列孔径扩展适应能力的理论分析结论.

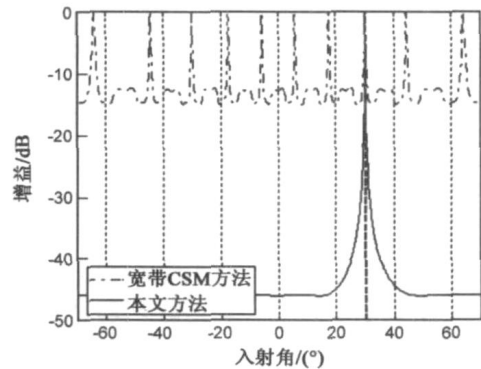


图2 阵列扩展后两种方法的空间谱图

第二个实验检验新方法在不同信号带宽条件下的测向性能. 在这组实验中, 选取信噪比为 10dB, 信号带宽从 20% 到 180% 变化, 其他参数与上一组实验相同. 新方法的阵列孔径依据式(27)进行最大限度的扩展. 新方法 with 宽带 CSM 方法的角度估计性能随信号带宽的变化情况如图 3 所示.

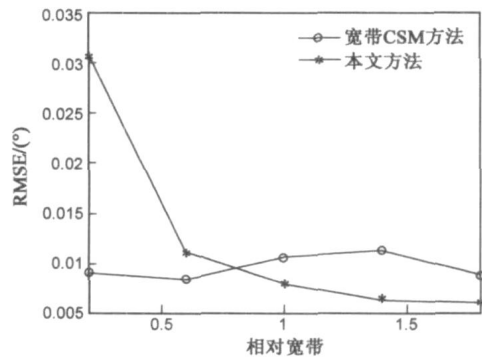


图3 新方法对信号带宽的适应能力

该仿真结果表明, 新方法在大带宽条件下具有比宽带 CSM 方法更优的角度估计性能, 而随着带宽变窄, 其测向性能会逐渐恶化. 性能恶化的原因在于: 带宽越窄, LFM 信号频率调制斜率越小, 进行时域延迟相乘时阵列输出本身与其时域延迟信号之间的差异性也越小, 受噪声的影响程度相应变大. 这一原因与进行时域延迟相乘时时间延迟的取值不能太小的原因是类似的.

4.2 两个信号源, 测试新方法的对不同信号环境的适应能力

为了测试本文所提出的新方法对不同带宽、不同载频、同时到达的多个宽带 LFM 信号的测向性能, 以下设置两种信号环境进行仿真实验. <http://www.cnki.net>

在第一个实验中, 两个带宽均为 40Hz, 而中心频率分别为 120Hz 和 220Hz 的等功率 LFM 信号分别从偏离法线 -10° 和 30° 方向上入射到阵列; 时域延迟时间 2.5 秒, 相应的阵列孔径扩展 24 倍. 用于性能比较的 CSM 方法的聚焦频域选定为两个信号的频谱覆盖范围, 即中心频率 170Hz, 带宽 140Hz. 阵列时域采样频率 400Hz, 信噪比 20dB, 其他实验参数与 4.1 中第一个实验相同. 10 次蒙特卡罗仿真实验的空间谱图叠加结果如图 4 所示.

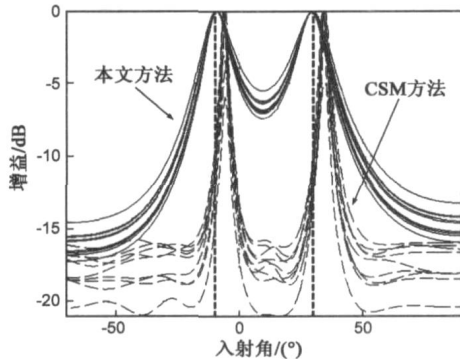


图4 对相同调制斜率LFM信号的测向结果

在这一个实验中, 两个入射信号的带宽相等, 对应的调制斜率也相等, 因此可以通过一维角度搜索直接得到两个信号源波达方向的估计值, 而无需修正. 图 4 中实线表示本文方法, 虚线表示宽带 CSM 方法. 仿真结果表明, 本文方法能较好地估计出两个辐射源的波达方向, 而宽带 CSM 方法由于实验中信号环境与常规信号环境(主要指频谱分布)之间存在较大差异, 导致聚焦过程引入了较大噪声功率, 因此角度估计结果产生了一定偏差.

在第二个实验中, 两个最低频率均为 100Hz, 带宽分别为 80Hz 和 40Hz 的等功率 LFM 信号分别从偏离法线 -10° 和 30° 方向入射到阵列上; 时域延迟 2.5 秒, 相应的阵列孔径扩展 24 倍. 用于性能比较的 CSM 方法的聚焦频域选定为两个信号的频谱覆盖范围, 即中心频率 140Hz, 带宽 80Hz. 阵列时域采样频率 400Hz, 信噪比 20dB, 其他实验参数与 4.1 中第一个实验相同. 10 次蒙特卡罗仿真实验的空间谱图叠加结果如图 5 所示.

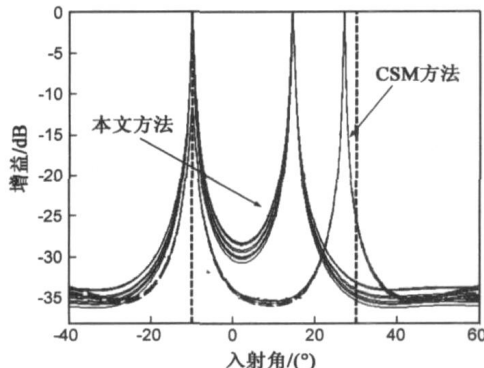


图5 对不同调制斜率LFM信号的测向结果

在这一个实验中, 两个入射信号的带宽之比为 0.5, 对应的调制斜率之比也为 0.5, 因此通过一维角度搜索无法直接得到两个信号源波达方向的估计结果, 而必须利用两个信号频率调制斜率的关系对相应信号的波达方向进行修正. 本实验中首先以第一个信号的频率调制斜率为参考值进行一维角度搜索. 图 5 中实线表示本文方法, 虚线表示宽带 CSM 方法. 仿真结果表明, 两种方法均能较准确地估计出 -10° 辐射源的波达方向, 这是因为两种方法都是以第一个信号的各项参数作为整个信号环境的参数来实现测向的; 而宽带 CSM 方法由于其聚焦频率等于第二个信号频率的最大值, 且对大于信号频谱范围的噪声能量进行了聚焦, 因此对第二个信号源的角度估计结果存在较大的误差, 其估计值约为 27° ; 同时, 根据文中的分析, 本文方法对第二个信号源角度估计结果的与其真实值之间的关系由式 (37) 给出, 对最初的测向结果需利用式 (38) 进行校正之后才能得到最终的角度估计值. 仿真结果显示本文方法对第二个信号源的波达方向初测值约为 14.5° , 其修正值为

$$\bar{\theta}_2 = \text{asin} \left[\frac{1}{0.5} \sin(14.5^\circ) \right] = 30.05^\circ \quad (40)$$

说明新方法对两个信号源均具有较高的角度估计精度.

5 结束语

本文充分利用宽带 LFM 信号频率调制形式的特殊性, 将时域延迟相乘的方法引入到对此类信号的阵列测向之中, 将原有宽带阵列输出转化为类似窄带阵列输出的形式, 使得对宽带 LFM 信号的测向可以直接通过窄带方法得到实现. 文章还进一步分析了新方法对阵列孔径的适应能力, 理论分析结果表明新方法能利用的阵列孔径可以远大于一般宽带测向方法中所使用的阵列, 这有利于削弱阵元之间的互耦效应, 改善阵列的测向性能. 在不考虑新方法在削弱互耦效应方面的优势的情况下, 文中设置了多组信号环境对新方法的测向性能进行了仿真实验验证. 实验结果表明, 相对于宽带 CSM 方法而言, 新方法能够更好地解决对宽带 LFM 信号的测向问题, 具有更小的角度估计误差和更强的环境适应能力.

附录: 式 (19) 的证明

在 $V(t) = S(t) \odot N^*(t+T) + N(t) \odot S^*(t+T) + N(t) \odot N^*(t+T)$ 中, 记

$$V_1(t) = S(t) \odot N^*(t+T) \quad (A.1)$$

$$V_2(t) = S(t) \odot N^*(t+T) \quad (A.2)$$

$$V_3(t) = S(t) \odot N^*(t+T) \quad (A.3)$$

则

$$E\{V(t) V^H(t)\} = E\{V_1(t) V_1^H(t)\} + E\{V_1(t) V_2^H(t)\} + E\{V_1(t) V_3^H(t)\} + E\{V_2(t) V_1^H(t)\}$$

$$\begin{aligned}
& + E\{V_2(t) V_2^H(t)\} + E\{V_2(t) V_3^H(t)\} \\
& + E\{V_3(t) V_1^H(t)\} + E\{V_3(t) V_2^H(t)\} \\
& + E\{V_3(t) V_3^H(t)\} \quad (A. 4)
\end{aligned}$$

首先给出关于 Hadamard 积的一个结论如下: 对维数相同的列向量 u_1, u_2, u_3, u_4 , 有如下关系式

$$(u_1 \odot u_2)(u_3^H \odot u_4^H) = (u_1 u_3^H) \odot (u_2 u_4^H) = (u_1 u_4^H) \odot (u_2 u_3^H) \quad (A. 5)$$

其中 \odot 表示同维向量或矩阵之间的 Hadamard 积.

该关系式成立的原因在于:

$$\begin{aligned}
& [(u_1 \odot u_2)(u_3^H \odot u_4^H)]_{(i,j)} = (u_1 \odot u_2)_i (u_3^H \odot u_4^H)_j \\
& = u_1(i) u_2(i) u_3^H(j) u_4^H(j) = [u_1 u_3^H]_{(i,j)} [u_2 u_4^H]_{(i,j)} \\
& = [u_1 u_4^H]_{(i,j)} [u_2 u_3^H]_{(i,j)} \quad (A. 6)
\end{aligned}$$

用 $[\odot]^{\#}$ 表示转置运算, 则

$$\begin{aligned}
& E\{V_1(t) V_1^H(t)\} \\
& = E\left\{[S(t) \odot N^*(t+T)][S(t) \odot N^*(t+T)]^H\right\} \\
& = E\left\{[S(t) S^H(t)] \odot [N^*(t+T) N^H(t+T)]\right\} \\
& = E\left\{S(t) S^H(t)\right\} \odot E\left\{N^*(t+T) N^H(t+T)\right\} \\
& = E\left\{S(t) S^H(t)\right\} \odot \sigma^2 I \\
& = \sigma^2 I \quad (A. 7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E\{V_1(t) V_2^H(t)\} \\
& = E\left\{[S(t) \odot N^*(t+T)][N(t) \odot S^*(t+T)]^H\right\} \\
& = E\left\{[S(t) S^H(t+T)] \odot [N^*(t+T) N^H(t)]\right\} \\
& = E\left\{S(t) S^H(t+T)\right\} \odot E\left\{N^*(t+T) N^H(t)\right\} \\
& = E\left\{S(t) S^H(t+T)\right\} \odot \mathbf{0} \\
& = \mathbf{0} \quad (A. 8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E\{V_1(t) V_3^H(t)\} \\
& = E\left\{[S(t) \odot N^*(t+T)][N(t) \odot N^*(t+T)]^H\right\} \\
& = E\left\{[S(t) N^H(t)] \odot [N^*(t+T) N^H(t+T)]\right\} \\
& = E\left\{S(t) N^H(t)\right\} \odot E\left\{N^*(t+T) N^H(t+T)\right\} \\
& = \mathbf{0} \odot \sigma^2 I \\
& = \mathbf{0} \quad (A. 9)
\end{aligned}$$

$$E\{V_2(t) V_1^H(t)\} = \left\{E\left\{[V_1(t) V_2^H(t)]\right\}\right\}^H = \mathbf{0} \quad (A. 10)$$

$$\begin{aligned}
& E\{V_2(t) V_2^H(t)\} \\
& = E\left\{[N(t) \odot S^*(t+T)][N(t) \odot S^*(t+T)]^H\right\} \\
& = E\left\{[S^*(t+T) S^H(t+T)] \odot [N(t) N^H(t)]\right\} \\
& = E\left\{S^*(t+T) S^H(t+T)\right\} \odot E\left\{N(t) N^H(t)\right\} \\
& = E\left\{S^*(t+T) S^H(t+T)\right\} \odot \sigma^2 I \\
& = \sigma^2 I \quad (A. 11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E\{V_2(t) V_3^H(t)\} \\
& = E\left\{[N(t) \odot S^*(t+T)][N(t) \odot N^*(t+T)]^H\right\} \\
& = E\left\{[N(t) N^H(t)] \odot [S^*(t+T) N^H(t+T)]\right\} \\
& = E\left\{N(t) N^H(t)\right\} \odot E\left\{S^*(t+T) N^H(t+T)\right\} \\
& = \sigma^2 I \odot \mathbf{0} \\
& = \mathbf{0} \quad (A. 12)
\end{aligned}$$

$$E\{V_3(t) V_1^H(t)\} = \left\{E\left\{[V_1(t) V_3^H(t)]\right\}\right\}^H = \mathbf{0} \quad (A. 13)$$

$$E\{V_3(t) V_2^H(t)\} = \left\{E\left\{[V_2(t) V_3^H(t)]\right\}\right\}^H = \mathbf{0} \quad (A. 14)$$

$$\begin{aligned}
& E\{V_3(t) V_3^H(t)\} \\
& = E\left\{[N(t) \odot N^*(t+T)][N(t) \odot N^*(t+T)]^H\right\} \\
& = E\left\{[N(t) N^H(t)] \odot [N^*(t+T) N^H(t+T)]\right\} \\
& = E\left\{N(t) N^H(t)\right\} \odot E\left\{N^*(t+T) N^H(t+T)\right\} \\
& = \sigma^2 I \odot \sigma^2 I \\
& = \sigma^4 I \quad (A. 15)
\end{aligned}$$

综合式(A.4)和(A.7)~(A.15)得到式(18)所给出

的结论:

$$\begin{aligned}
E\{V(t) V^H(t)\} &= E\{V_1(t) V_1^H(t)\} + E\{V_1(t) V_2^H(t)\} \\
& + E\{V_1(t) V_3^H(t)\} + E\{V_2(t) V_1^H(t)\} \\
& + E\{V_2(t) V_2^H(t)\} + E\{V_2(t) V_3^H(t)\} \\
& + E\{V_3(t) V_1^H(t)\} + E\{V_3(t) V_2^H(t)\} \\
& + E\{V_3(t) V_3^H(t)\} \\
& = \sigma^2(2 + \sigma^2) I \quad (A. 16)
\end{aligned}$$

证毕.

参考文献:

- [1] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation[A]. Proc. RADC Spectral Estimation Workshop[C]. Rome[J]. NY, 1979. 243-258.
- [2] R Roy, T Kailath. ESPRIT- estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(7): 984-995.
- [3] Sorelius J, et al. Effects of nonzero bandwidth on direction of arrival estimators in array signal processing[J]. IEE Proc. on Radar, Sonar and Navigation, 1998, 145(6): 317-324.
- [4] Wang H, M Kaveh. Coherent signal subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide band sources[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(4): 823-831.
- [5] Valaee S, P Kabal. Wideband array processing using a two sided correlation transformation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(1): 160-172.
- [6] Picinbono B. On circularity[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1994, 42(12): 3473-3482.
- [7] Gounon P, Adnet C, Galy J. Localisation angulaire de signaux non circulaires[J]. Traitement du Signal, 1998, 15(1): 17-23.
- [8] Chargé P, Wang Y, Saillard J. A root MUSIC algorithm for non circular sources[A]. IEEE ICASSP[C], IV, 2001. 2985-2988.
- [9] Tayem N, Kwon H M. Conjugate ESPRIT(G-SPRIT)[J]. IEEE Trans on Antenna and Propagation, 2004, 52(10): 2618-2624.
- [10] Abeida H, Delmas J P. MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(7): 2678-2690.

- [11] W A Gardner, L E Franks. Characterization of cyclostationary

random signal processes[J]. IEEE Trans on Information Theory, IT 21, 1975, 1: 4- 14.

- [12] W A Gardner. Simplification of MUSIC and ESPRIT by exploitation of cyclostationarity[J]. Proc. of the IEEE, 1988, 76 (7): 845- 847.
- [13] Giacinto Gelli, Luciano Izzo. Cyclostationarity based coherent methods for wideband signal source location[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2003, 51(10): 2471- 2482.
- [14] I P Pokrajac, et al. Direction of arrival estimation via exploitation of cyclostationarity: a frequency domain approach[A]. IEEE EUROCON[C]. 2005, 1606- 1609.
- [15] Hong Jiang, Shu Xun Wang. Azimuth and elevation estimation for multipath signals exploiting cyclostationarity and temporal smoothing technology[A]. IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications Proceedings[C]. 2005, 1066- 1070.
- [16] W A Gardner, et al. Cyclostationarity: half a century of research [A]. Signal Processing[C]. 2006, 86, 639- 697.

作者简介:



黄知涛 男, 1976 年 9 月出生于湖北荆州. 博士, 副教授, 硕士生导师. 主要研究方向: 雷达/通信侦察信号处理、循环平稳信号处理、综合电子战系统与技术.

E-mail: taklen@yahoo.com.cn

刘章孟 男, 1984 年 2 月出生于湖北天门. 国防科技大学电子科学与工程学院在读博士研究生. 主要研究方向为阵列信号处理.

E-mail: lizhmen@yahoo.cn

周一宇 男, 1948 年出生. 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 综合电子战系统与技术、无源定位与跟踪技术、空间信息对抗技术等.